

3. Rovnice a nerovnice s parametrem

Parametry jsou z oboru reálných čísel!

1. Lineární rovnice a nerovnice (parametr a)

- a) $x(a-4) = a^2 - 16$
b) $x(2a+1) = 5$
c) $x(a-1) + a(x+4) = 2$
d) $xa^2 = a(1+3x) - 3$

2. Rovnice s neznámou ve jmenovateli (parametr m)

- a) $\frac{2m}{2+x} = \frac{m-1}{x+1-m}$ b) $\frac{2+2m}{x+m} + \frac{x-m}{x+1} = 1$
c) $\frac{2x+m}{x+1} - \frac{3m}{x-m} = 2$ d) $\frac{(m+1)x-6}{x} = 3\left(1 - \frac{m^2-m}{x}\right)$

3. Rovnice s neznámou pod odmocninou (parametr p)

- a) $\sqrt{x^2+2p} = x+p$ b) $\sqrt{x^2-4p} + x = 2p$
c) $\sqrt{x^2+p^2} = x-2p$ d) $\sqrt{4x^2+4x-p} + 2x = p$

4. Rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou (parametr k)

- a) $|x-k| = 2$ b) $|x-5| = k$

5. Neznámá ve jmenovateli (kvadratická rovnice) (parametr a)

- a) $\frac{2x+a}{x+2} - \frac{a}{x-2} = a$ b) $x\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{x+a}\right) = \frac{2}{x+a} - \frac{1}{ax+a^2}$
c) $\frac{3}{x+a} + \frac{a-1}{x-a} = \frac{2a}{x}$ d) $\frac{a}{x(a-1)} = 2-x$

6. Kvadratická rovnice

- a) Je dána rovnice $(2a+3)x^2 + x - a + 4 = 0$. Určete všechny hodnoty parametru a , pro které je daná rovnice lineární.
b) Je dána rovnice $x^2 + cx + 4 + 1,5c = 0$. Určete všechny hodnoty parametru c , pro které má daná rovnice dvojnásobný kořen.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- c) Je dána rovnice $x^2 - 2dx + 2d^2 - 9 = 0$. Určete hodnoty parametru d , pro která nemá rovnice řešení.
- d) Je dána rovnice $(a+1)x^2 - 2(a+3)x + 2a^2 - 7a + 3 = 0$. Určete všechny hodnoty parametru a , pro které je jeden kořen roven nule. Určete druhý kořen.

Výsledky:

1.

a)

b)

c)

d)

2.

3.

4.

5.

Výsledky:

1.

a)

$$x \cdot (a-4) = a^2 - 16$$

$a = 4$	$x \in \mathbb{R}$
$a \in \mathbb{R} - \{4\}$	$x \in \{a+4\}$

b)

$$x \cdot (2a+1) = 5$$

$a = -0,5$	$x \in \emptyset$
$a \in \mathbb{R} - \{-0,5\}$	$x \in \{\frac{5}{2a+1}\}$

c)

$$x \cdot (2a-1) = -2(2a-1)$$

$a = 0,5$	$x \in \mathbb{R}$
$a \in \mathbb{R} - \{0,5\}$	$x \in \{-2\}$

d)

$$x \cdot (a^2 - 3a) = a - 3$$

$a = 0$	$x \in \emptyset$
$a = 3$	$x \in \mathbb{R}$
$a \in \mathbb{R} - \{0; 3\}$	$x \in \{\frac{1}{a}\}$

2.

a) $x \cdot (m+1) = 2(m^2 - 1)$

$m = -1$	$x \in \mathbb{R} - \{-2\}$
$m \in \{0; 1\}$	$x \in \emptyset$
$m \in \mathbb{R} - \{0; \pm 1\}$	$x \in \{2m-2\}$

c) $-2x \cdot (m+1) = m(m+1)$

$m = -1$	$x \in \mathbb{R} - \{-1\}$
$m \in \{0; 2\}$	$x \in \emptyset$
$m \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 2\}$	$x \in \{-\frac{1}{2}m\}$

b) $x \cdot (m+1) = (m+1)(m-2)$

$m = -1$	$x \in \mathbb{R} - \{\pm 1\}$
$m = 1$	$x \in \emptyset$
$m \in \mathbb{R} - \{\pm 1\}$	$x \in \{m-2\}$

d) $x \cdot (m-2) = -3(m+1)(m-2)$

$m = -1$	$x \in \emptyset$
$m = 2$	$x \in \mathbb{R} - \{0\}$
$m \in \mathbb{R} - \{-1; 2\}$	$x \in \{-3m-3\}$

3.

a) $2px = 2p - p^2$

$p = 0$	$x \in \mathbb{R}_0^+$
$p < -2$	$x \in \emptyset$
$p \geq -2 \wedge p \neq 0$	$x \in \{1 - \frac{1}{2}p\}$

c) $4px = 3p^2$

$p = 0$	$x \in \mathbb{R}_0^+$
$p > 0$	$x \in \emptyset$
$p < 0$	$x \in \{\frac{3}{4}p\}$

b) $px = p^2 + p$

$p = 0$	$x \in \mathbb{R}_0^-$
$p < 1 \wedge p \neq 0$	$x \in \emptyset$
$p \geq 1$	$x \in \{p+1\}$

d) $4x(1+p) = p^2 + p$

$p = -1$	$x \in (-\infty; -0,5)$
$p < 0 \wedge p \neq -1$	$x \in \emptyset$
$p \geq 0$	$x \in \{\frac{1}{4}p\}$

4.

a) $\forall k \in \mathbb{R}: x \in \{k-2; k+2\}$

b)

$k < 0$	$x \in \emptyset$
$k \geq 0$	$x \in \{5-k; 5+k\}$

5.

a) $(2-a)x^2 - 4x = 0$

$a \in \{0; 2; 4\}$	$x \in \{0\}$
$a \in \mathbb{R} - \{0; 2; 4\}$	$x \in \{0; \frac{4}{2-a}\}$

c) $(2-a)x^2 + (a^2 - 4a)x + 2a^3 = 0$

$a = 0$	$x \in \emptyset$
$a = 1$	$x \in \{2\}$
$a = 2$	$x \in \{4\}$
$a \in \mathbb{R} - \{0; 1; 2\}$	$x \in \{2a; \frac{a^2}{2-a}\}$

b) $x^2 - 2a + 1 = 0$

$a = 0$	rovnice nemá smysl
$a = 1$	$x \in \{1\}$
$a \geq 0,5 \wedge a \neq 1$	$x \in \{\pm\sqrt{2a-1}\}$
$a < 0,5 \wedge a \neq 0$	$x \in \emptyset$

d) $(a-1)x^2 + (2-2a)x + a = 0$

$a = 1$	rovnice nemá smysl
$a = 0$	$x \in \{2\}$
$a > 1$	$x \in \emptyset$
$a < 1 \wedge a \neq 0$	$x \in \{1 \pm \frac{\sqrt{1-a}}{a-1}\}$

6.

a) $a = -\frac{3}{2} \Rightarrow x = -\frac{11}{2}$

b) $D = c^2 - 6c - 16 \Rightarrow c \in \{-2; 8\}$

c) $D = -4d^2 + 36 \Rightarrow d \in (-\infty; -3) \cup (3; \infty)$

d) $x_1 = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{14}{3}$

$a_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 3$